Zusammenfassung Relationen

Exzerpt aus [1]

Zweistellige Relation $R \subseteq M \times M$

Komplement:	$R^- = (M \times M) \setminus R = \{(x,y) \in M \times M : (x,y) \notin R\}$
Konverse Relation:	$R^T = \{(x,y) \in M \times M : (y,x) \in R\}$
Vereinigung:	$R_1 \cup R_2 = \{(x,y) : (x,y) \in R_1 \vee (x,y) \in R_2\}$
Durchschnitt:	$R_1 \cap R_2 = \{(x,y) : (x,y) \in R_1 \wedge (x,y) \in R_2\}$
Relationenprodukt:	$R_1 \circ R_2 = \{(x,z) : \exists\, y \in M : (x,y) \in R_1 \wedge (y,z) \in R_2\}$

Elementare Relationen über Menge M:

Nullrelation	$O_M = \emptyset$
vollständige Relation	$L_M = M \times M$
Identitätsrelation	$I_M = \{(x,y) \in M \times M : x = y\}$

Eigenschaften

reflexiv, falls	$I_M \subseteq R$	
symmetrisch, falls	$R = R^T$	
antisymmetrisch, falls	$R \cap R^T \subseteq I_M$	(nicht allesymmetrischen Elemente)
asymmetrisch, falls	$R \cap R^T = O_M$	(kein symmetrisches Element)
transitiv, falls	$R \circ R \subseteq R$	
irreflexiv, falls	$I_M \cap R = O_M$	(schlingenfreier Graph)
linkseindeutig, falls	$R \circ R^T \subseteq I_M$	(*injektiv*, zweite Stelle eindeutig)
rechtseindeutig, falls	$R^T \circ R \subseteq I_M$	(*eindeutig*, erste Stelle eindeutig)
linkstotal, falls	$I_M \subseteq R \circ R^T$	(*total*, erste Stelle vollständig)
rechtstotal, falls	$I_M \subseteq R^T \circ R$	(*surjektiv*, zweite Stelle vollständig)

Klassen von Relationen

Quasiordnung (Präordnung)	transitiv, reflexiv
Striktordnung	transitiv, asymmetrisch
Partielle Ordnung	transitiv, reflexiv, antisymmetrisch
Lineare Ordnung	transitiv, reflexiv, antisymmetrisch, $R \cup R^T = L_M$
Äquivalenzrelation	transitiv, reflexiv, symmetrisch
Partielle Funktion	(rechts)eindeutig
Totale Funktion	(rechts)eindeutig, (links)total

Literatur

[1] Broy, Manfred: *Informatik: eine grundlegende Einführung*, Band Teil2. Systemstrukturen und theoretische Informatik. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, 2. Auflage, 1998.